

Κεφάλαιο 7: Ατομική δομή

Αποδείξεις

1. Διαφάνεια 2 – επαλήθευση πράξεων

$$\begin{aligned}\frac{1}{r}(r\Psi)'' &= \frac{1}{r}[(r\Psi)']' \\ &= \frac{1}{r}[r'\Psi + r\Psi']' \quad \text{όπου } r'=1 \\ &= \frac{1}{r}[\Psi + r\Psi']' \\ &= \frac{1}{r}[\Psi' + r'\Psi' + r\Psi''] \\ &= \frac{1}{r}[\Psi' + \Psi' + r\Psi''] \\ &= \frac{1}{r}[2\Psi' + r\Psi'']\end{aligned}$$

2. Πράξεις διαφάνεια 3

$$y'' + 2\left(E + \frac{1}{r}\right)y = 0 \quad y(r) = e^{-\gamma r}F$$

$$(Fe^{-\gamma r})'' + 2\left(E + \frac{1}{r}\right)Fe^{-\gamma r} = 0$$

$$[F'e^{-\gamma r} + F(-\gamma)e^{-\gamma r}]' + 2\left(E + \frac{1}{r}\right)Fe^{-\gamma r} = 0$$

$$[F''e^{-\gamma r} + F'(-\gamma)e^{-\gamma r} - \gamma F'e^{-\gamma r} + \gamma^2 Fe^{-\gamma r}] + 2\left(E + \frac{1}{r}\right)Fe^{-\gamma r} = 0$$

Φεύγουν όλα τα $e^{-\gamma r}$

$$\Rightarrow F'' - 2\gamma F' + \gamma^2 F + 2EF + \frac{2}{r}F = 0$$

ναι αλλά $E = -\frac{\gamma^2}{2}$ οπότε ο τρίτος και ο τέταρτος όρος απαλείφονται

$$\Rightarrow F'' - 2\gamma F' + \frac{2}{r}F = 0$$